

# Wykres funkcji kwadratowej



Wzór ogólny funkcji kwadratowej jest postaci:

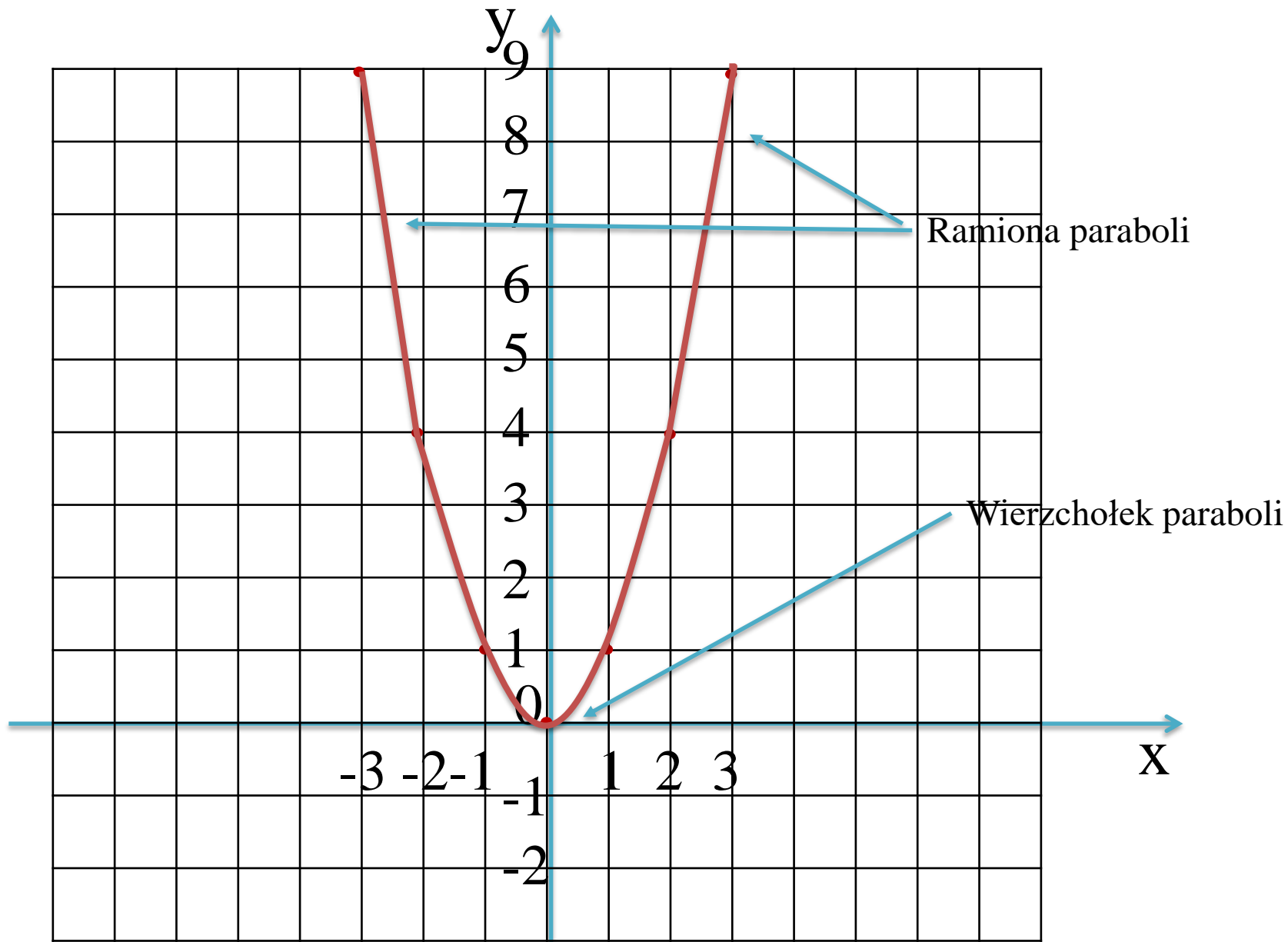
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

**Przykład 1.**

$$f(x) = x^2 \quad a=1, b=0, c=0$$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	4	1	0	1	4	9





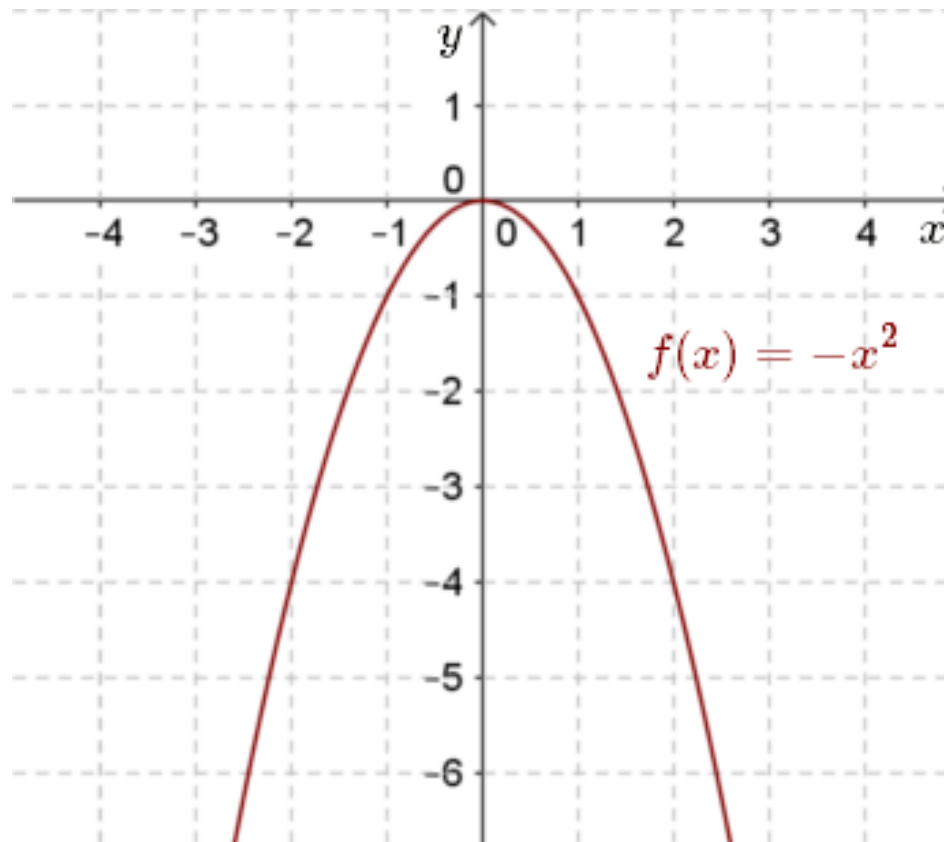
Wykresem każdej funkcji kwadratowej jest **parabola**.

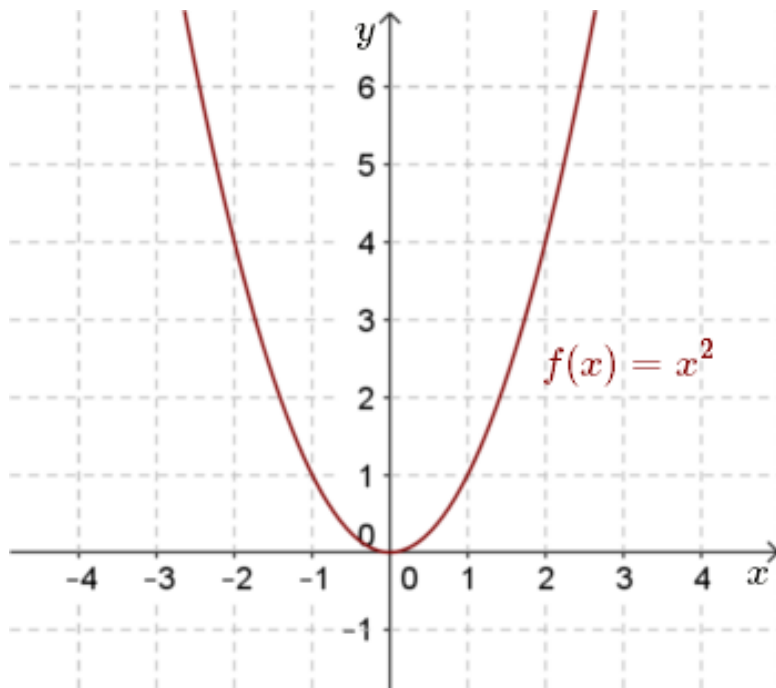


## Przykład 2.

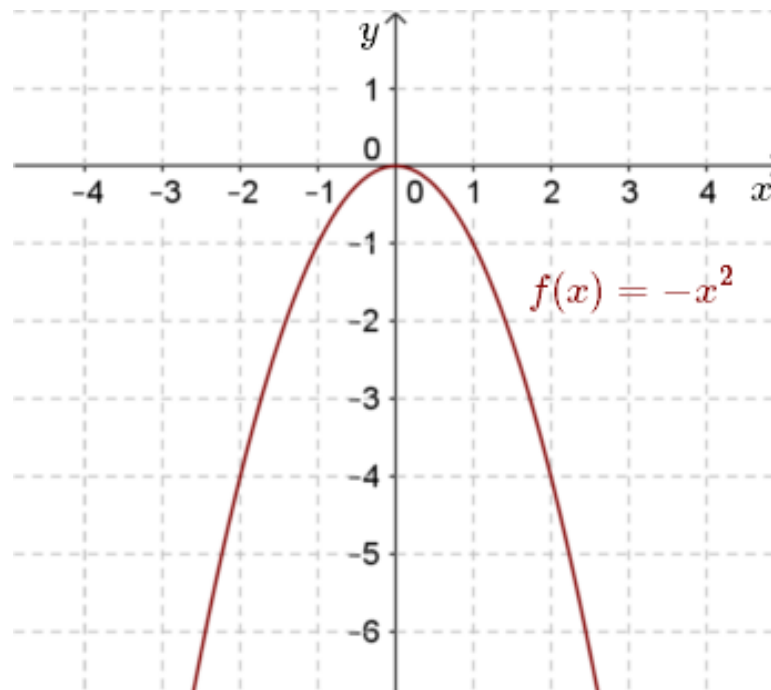
$$f(x) = -x^2 \quad a = -1, b = 0, c = 0$$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-4	-1	0	-1	-4	-9





Ramiona paraboli są skierowane do góry ponieważ współczynnik  $a$  jest dodatni.



Ramiona paraboli są skierowane w dół ponieważ współczynnik  $a$  jest ujemny.

Wierzchołek tej paraboli jest w punkcie (0,0).



Żeby narysować dokładny wykres funkcji kwadratowej, to trzeba wcześniej:

ustalić w którą stronę skierowane są ramiona paraboli.

Jeżeli  $a > 0$  to do góry, a jeżeli  $a < 0$  to do dołu

obliczyć (o ile istnieją) miejsca zerowe funkcji:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{gdzie} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

obliczyć wierzchołek paraboli  $W=(p,q)$ :

$$p = \frac{-b}{2a} \quad q = \frac{-\Delta}{4a}$$

punkt przecięcia z osią y-ów.

Punkt ten ma współrzędne:  $(0, f(0))$ , czyli  $(0, c)$ .



### Przykład 3.

Narysuj wykres funkcji kwadratowej  $f(x)=x^2-2x-8$  i omów jej własności.

Współczynniki liczbowe tej funkcji kwadratowej, to:  **$a=1$   $b=-2$   $c=-8$**

Współczynnik  $a$  jest dodatni czyli ramiona paraboli są skierowane do góry.

Liczmy miejsca zerowe  $\Delta=b^2-4ac= (-2)^2-4\cdot 1\cdot(-8)=4+32=36$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 6}{2} = -2 \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 6}{2} = 4$$

Liczmy współrzędne wierzchołka:  $p = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$   $q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-36}{4} = -9$

Czyli wierzchołek paraboli jest w punkcie  $W=(1,-9)$ .

Liczmy punkt przecięcia paraboli z osią  $y$ -ów:  $f(0)=c=-8$

Czyli punkt przecięcia paraboli z osią  $y$ -ów ma współrzędne  $(0,-8)$ .



$$f(-2)=(-2)^2-2(-2)-8 = 4+4-8 = 0$$

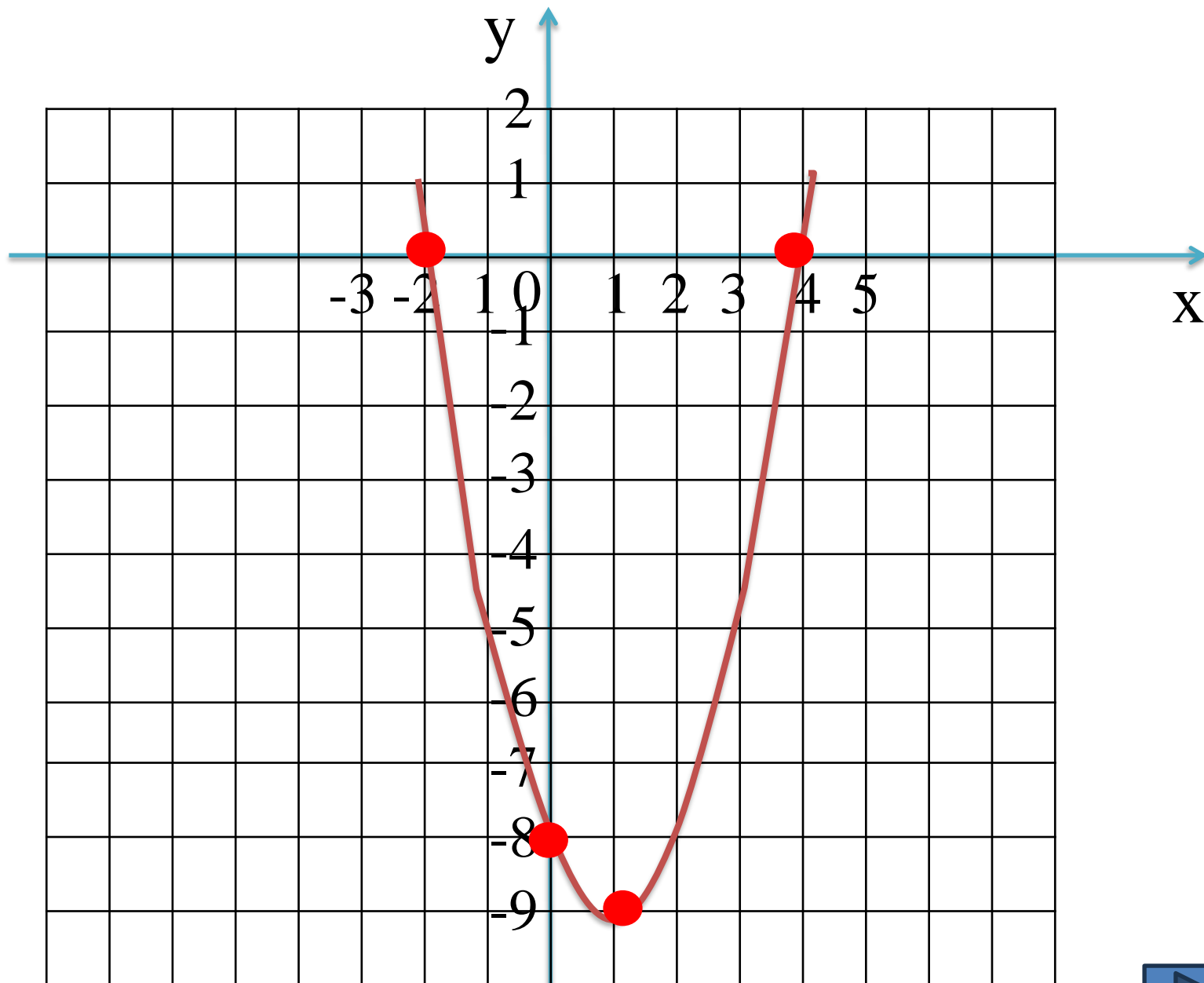
$$f(4)=(4)^2-2(4)-8 = 16-8-8 = 0$$

$$f(0)=(0)^2-2(0)-8 = -8$$

Wyliczone argumenty wstawiamy do tabeli:

x	-2	4	0	1	0	
f(x)	0	0	0	-9	-8	

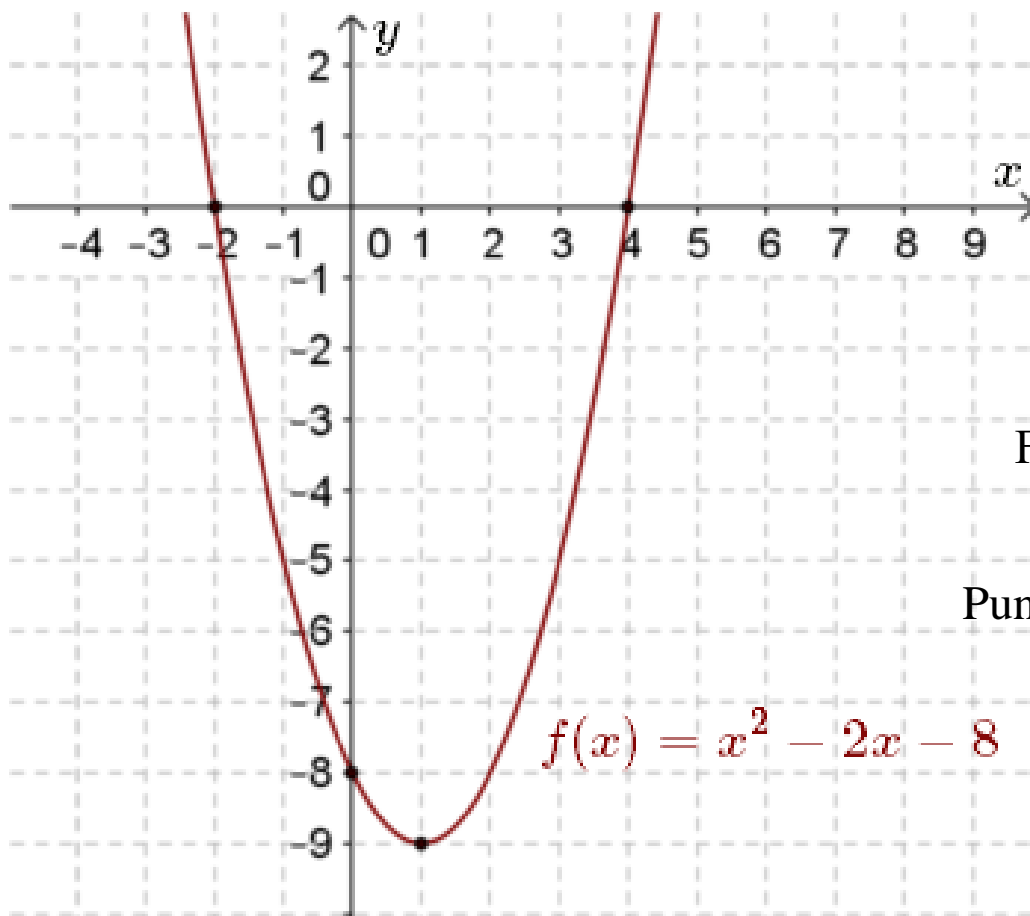




Wykresem każdej funkcji kwadratowej jest **parabola**.



Teraz omówimy własności tej funkcji.



Dziedzina:  $\mathbb{R}$ .

Zbiór wartości:  $\langle -9; +\infty \rangle$ .

Miejsca zerowe:

funkcja ma dwa miejsca zerowe:

$$x_1 = -2 \text{ oraz } x_2 = 4.$$

Funkcja przyjmuje wartości dodatnie, gdy

$$x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$$

Funkcja przyjmuje wartości ujemne, gdy

$$x \in (-2; 4).$$

Punkt przecięcia z osią y-ów ma współrzędne:

$$(0, -8).$$

Monotoniczność:

funkcja jest niemonotoniczna

jest monotoniczna przedziałami

$$f(x) \downarrow \quad x \in (-\infty; 1)$$

$$f(x) \uparrow \quad x \in (1; +\infty)$$



# Praca domowa

Narysuj wykres funkcji kwadratowej  $f(x)=2x^2+10x+12$  i omów jej własności.